❑❑◆❑❑
OFFICE DU BACCALAUREAT
Email : office@ucad.edu.sn
Site web : officedubac.sn

Durée : 2 heures
Séries : S2-S2A-S4-S5 – Coef. 5

Epreuve du 2ème groupe

MATHEMATIQUES

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude (Cf. Circulaire n° 5990/OB/DIR. du 12 08 1998).

EXERCICE 1 : **(05 points)**

Pour chaque item, choisir la lettre correspondant à la bonne réponse en justifiant votre choix.

1. La forme trigonométrique de $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$ est :
   A = $\cos\frac{3\pi}{4} + i\,\sin\frac{3\pi}{4}$; **B** = $-\cos\frac{\pi}{4} + i\,\sin\frac{\pi}{4}$; **C** = $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\,\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$. **(01 pt)**
2. $(-1+i)^{11}$ est égal à : **A** = $-11 + 11$; **B** = $-32 + 32\,i$; **C** = $32 + 32\,i$. **(01 pt)**
3. La valeur exacte de $\int_0^1 xe^x dx$ est : **A** = e ; **B** = 1 ; **C** = 0. **(01 pt)**
4. Les solutions de l'équation différentielle $y'' + 2y' - 3y = 0$ sont de la forme :
   A = $e^{-3x}(a\cos x + b\sin x)$; **B** = $a\,e^{x} + b\,e^{-3x}$; **C** = $e^{x}[a\cos(-3x) + b\sin(-3x)]$ où a et b sont des réels. **(01 pt)**
5. La suite (U_n) définie par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = -\frac{5}{3}U_n$.
   A : converge vers 0 ; **B** : est monotone ; **C** : vérifie $U_n = \frac{(-5)^n}{3^{n-1}}$. **(01 pt)**

EXERCICE 2 **(05 points)**

Une enquête a été menée auprès de 30 ménages. Le tableau à double entrée ci-contre donne, pour chaque ménage, le nombre X d'enfants et le revenu annuel Y , en millions de francs CFA. Soit la série statistique double définie par le tableau ci-après où X et Y représentent les caractères étudiés.

y \ x	5	8	11	14
7	0	1	3	4
12	2	5	1	1
27	2	3	2	1
38	1	2	0	2

1. Donner les séries marginales associées aux caractères X et Y. **(01 pt)**
2. Déterminer les moyennes $\overline{X}$ *et* $\overline{Y}$ de ces séries marginales. **(01,5 pt)**
3. a. Calculer les variances $V(X)$ et $V(Y)$ de ces séries marginales. **(02 pts)**
   b. En déduire les écarts-types $\sigma(X)$ et $\sigma(Y)$ des séries marginales. **(0,5 pt)**

EXERCICE 3 **(05 points)**

On considère la suite (U_n) définie par : $U_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}\,dx$.

1. Démontrer que $U_0 + U_1 = 1$. **(01 pt)**
2. a. Calculer U_1. **(01 pt)**
   b. En déduire U_0. **(0,5 pt)**
3. Montrer que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, U_n \geq 0$. **(0,5 pt)**
4. Démontrer que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, U_{n+1} + U_n = \frac{1-e^{-n}}{n}$. **(01 pt)**
5. Déduire des questions 3. et 4. que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, U_n \leq \frac{1-e^{-n}}{n}$. **(0,5 pt)**
6. Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$. **(0,5 pt)**

EXERCICE 4 **(05 points)**

La maladie à corona virus affecte 15 % de la population d'un pays.
On met au point un test rapide pour diagnostiquer la maladie.

- Si le test est positif, la personne testée est malade dans 95 % des cas.
- Si le test est négatif, la personne testée est malade dans 2 % des cas.

On note M l'événement « être malade », T l'événement « avoir un test positif » et $p(A)$ la probabilité de l'événement A quelconque de cette expérience aléatoire.
On pose : $p(T) = \alpha$.

1. Faire un arbre pondéré qui traduit cette situation. **(01 pt)**
2. a. Donner les valeurs de $p(M)$ et $p(\overline{M})$. **(0,5 pt)**
   b. Exprimer $p(\overline{T})$ en fonction de α. **(0,5 pt)**
3. a. Montrer que $p(M) = 0{,}02 + 0{,}93\,\alpha$. **(01 pt)**
   b. En déduire la valeur exacte de α. **(01 pt)**
4. Une personne est malade. Déterminer la probabilité que son test ait été négatif. **(01 pt)**